

## 9. évfolyam – Javítási útmutató

1. Az  $\overline{x679y}$  szám osztható 36-tal. Határozza meg  $x$  és  $y$  értékét!

**Megoldás:**

- Egy szám akkor osztható 36-tal, ha 4-gyel és 9-cel is osztható. 2 pont
  - $4 \mid 9y \Rightarrow y = 2$  vagy  $y = 6$  2 pont
  - $9 \mid x + 6 + 7 + 9 + y$  2 pont
  - Ha  $y = 2$ , akkor  $x = 3$ . 2 pont
  - Ha  $y = 6$ , akkor  $x = 8$ . 2 pont
- 10 pont**

2. Bizonyítsa be, hogy egy pozitív szám és reciprokának összege nagyobb egyenlő, mint 2!

**Megoldás:**

- A szám:  $x$  1 pont
  - Legyen  $x > 0$ . 1 pont
  - Reciproka:  $\frac{1}{x}$  1 pont
  - $x + \frac{1}{x} \geq 2$  1 pont
  - $x^2 + 1 \geq 2x$  1 pont
  - $/x$  a feltétel miatt ( $x > 0$ .) 1 pont
  - $x^2 - 2x + 1 \geq 0$  1 pont
  - $(x - 1)^2 \geq 0$  2 pont
  - Minden pozitív  $x$  értékre teljesül. 1 pont
- 10 pont**

3. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

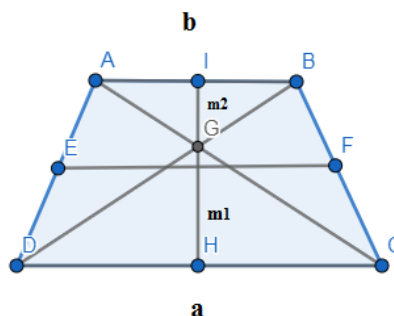
$$\left(x - \sqrt{\frac{x}{y}}\right) \cdot \left(y + \sqrt{\frac{y}{x}}\right) = x + y$$

**Megoldás:**

- $\frac{x}{y} > 0$  ( $\frac{y}{x} > 0$ ) /  $x \neq 0; y \neq 0$  1 pont
  - $x \cdot y + x \cdot \sqrt{\frac{y}{x}} - y \cdot \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} \cdot \sqrt{\frac{x}{y}} = x + y$  1 pont
  - $x \cdot y + \sqrt{\frac{x^2 \cdot y}{x}} - \sqrt{\frac{y^2 \cdot x}{y}} - 1 = x + y$  1 pont
  - $x \cdot y + \sqrt{xy} - \sqrt{xy} - 1 = x + y \Rightarrow x \cdot y - x - y - 1 = 0$  1 pont
  - $(x - 1)(y - 1) - 2 = 0 \Rightarrow (x - 1)(y - 1) = 2$  1 pont
  - $2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2$  vagy  $2 = (-2) \cdot (-1) = (-1) \cdot (-2)$  1 pont
  - $Ha: x - 1 = 1$  és  $y - 1 = 2$ , akkor  $x = 2$  és  $y = 3$ . 1 pont
  - $Ha: x - 1 = 2$  és  $y - 1 = 1$ , akkor  $x = 3$  és  $y = 2$ . 1 pont
  - $Ha: x - 1 = -1$  és  $y - 1 = -2$ , akkor  $x = 0$  és  $y = -1$ . Nem lehetséges. 1 pont
  - $Ha: x - 1 = -2$  és  $y - 1 = -1$ , akkor  $x = -1$  és  $y = 0$ . Nem lehetséges. 1 pont
- 10 pont**

4. Egy egyenlő szárú trapéz középvonala 10 egység, átlói merőlegesen egymásra. Mekkora a trapéz területe?

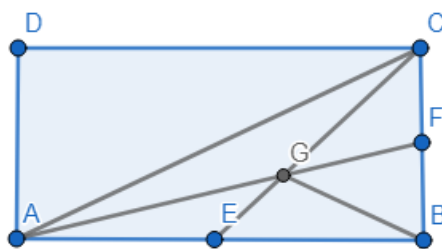
**Megoldás:**



- Jól elkészített ábra 1 pont
  - $EF = \frac{a+b}{2} = 10$  1 pont
  - $DCG$  egyenlő szárú háromszög 1 pont
  - $m_1 = \frac{a}{2}$  1 pont
  - $ABG$  egyenlő szárú háromszög 1 pont
  - $m_2 = \frac{b}{2}$  1 pont
  - Mivel  $\frac{a+b}{2} = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} = 10$  1 pont
  - ezért  $m = m_1 + m_2 = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} = 10$  1 pont
  - $T = \frac{a+b}{2} \cdot m$  1 pont
  - $T = 10 \cdot 10 = 100$  1 pont
- 10 pont**

5. Az ABCD téglalap AB oldalának felezőpontja E, BC oldalának felezőpontja F. Az AF és CE szakaszok metszéspontja G. Hányadrésze az EBG háromszög területe a téglalpnak?

**Megoldás:**



- Jól elkészített ábra 1 pont
  - $T_{(AEG \Delta)} = T_{(EBG \Delta)} = x$  2 pont
  - $T_{(BFG \Delta)} = T_{(FCG \Delta)} = y$  2 pont
  - $T_{(EBC \Delta)} = T_{(ABF \Delta)} = \frac{1}{4}T_{(ABCD)}$  2 pont
  - $x + x + y = y + y + x \Rightarrow 2x + y = 2y + x \Rightarrow y = x$  1 pont
  - $T_{(ABF \Delta)} = 3x = \frac{1}{4}T_{(ABCD)}$  1 pont
  - $T_{(EBG \Delta)} = x = \frac{1}{12}T_{(ABCD)}$  1 pont
- 10 pont**