

10. évfolyam

1. a) Melyik a nagyobb?

$$A = \frac{10^{2017} + 1}{10^{2018} + 1}; \text{ vagy } B = \frac{10^{2018} + 1}{10^{2019} + 1}$$

(5 pont)

b) Az ABC háromszög oldalaira kifelé szerkesszünk szabályos háromszöget! Bizonyítsa be, hogy ha a háromszög két oldalára írt szabályos háromszög területének összege megegyezik a harmadik oldalra írt szabályos háromszög területével, akkor az ABC háromszög derékszögű!

(5 pont)

2. a) A $p(x) = x^2 + 2(k - 9)x + k^2 + 3k + 4$ polinom k milyen értékére lesz teljes négyzet?

(5 pont)

b) Két pozitív szám számtani közepe a . Négyzetük számtani közepe b . Számítsa ki a két szám mértani közepét!

(5 pont)

3. Mutassa meg, hogy minden n természetes számra $n^3 - n$ vagy $n^3 + n$ osztható 10-zel!

(10 pont)

4. Egy egyenlőszárú trapéz átlói merőlegesek egymásra. A trapéz magassága 10. Mekkora a trapéz területe?

(10 pont)

5. Egy sakkversenyen hatan vettek részt. Mindenki mindenkivel egyszer játszott. A győzelemért 1 pont, a döntetlenért 0,5-0,5 pont, a vereségért 0 pont járt. A verseny végén mindenkinek egész számú pontja lett és bármely két versenyző pontszáma különböző volt. Mutassa meg, hogy a versenyen nem volt döntetlen mérkőzés!

(10 pont)